ダグラス型生産関数と分配率

AUTHOR(S):
島津, 亮二

CITATION:
島津, 亮二. ダグラス型生産関数と分配率. 經濟論叢 1963, 91(4): 227-247

ISSUE DATE:
1963-04

URL:
https://doi.org/10.14989/132941

經濟論叢

第九十一巻　第四號

昭和三十八年四月

京都大學經濟學會

ダグラス型生産関数と分配率

島津亮二

一

最近の経済理論の発展は、いよいよ複雑多岐にわたる問題群を拡大していくようにみえる。このような傾向は、当然のことながら、今後ともいよいよ進展するであろうが、経済学の全貌をつかみ、つねに自己の立論の位置を正しく知る工夫が必要であると思う。これは難しいことだと思うけれども、経済理論のジャングルに踏み迷わないためにはつねに必要なことである。

そこで私はかれがれ分配理論の発展の中に経済学の中心的な課題が脈々と流れているのではないかと考えていた。そして分配理論を中心として、これを手がかりに経済理論を研究するならば、そこに一つの拠点が得られるものと考えていたのである。その理由は、独断ではなしに、これまでの経済学史の発展のあとを辿るならば、おのずから明らかであると言えるであろう。すなわちケネーの経済表をはじめ、スミス、リカードと巨匠の業績をたどってくるならば、経済システム全体の機能的分析が、経済循環の図式をふまえて、いわば分配過程の構造分析として描かれていることがわかるであろう。

とくにリカードにおいては、その主著の題名そのものが『経済学および課税の原理』であり、しかもリカードの経済学 Political Economy について、この『原理』の序文における「分配の分け前を規制する諸法則を決定することが経済学の主要問題である」[1)]という表現は有名であるが、これと並んで、もう一つ有名なものを引用するならば、一八二〇年十月十日付のマルサス宛の手紙で、「貴兄は経済学 Political Economy を富の性質とその成因にかんする研究だと考えておられるが、私は各産業の生産物が、その形成に参与した諸階級の間に如何に分配されるかを決定する諸法則の研究であると言うべきだと思う……。[2)]」と書いているように、経済学を分配法則を探究する学問となし、課税の原理をも含めて、分配を中心に経済学を考えていたことはきわめてたしかなことである。

ところがこの分配という言葉のかもし出す意味が甚だ曖昧であって、今日においてもかなりいいかげんに考えられているようである。たとえば所得倍増といえば、月給が二倍になることだと思われたりする。言うまでもなく国民所得が二倍になることと、個人の所得が二倍になることとは必ずしも一致しない。J・S・ミルの用語法に従えば、機能的分配と人的分配とは方法論上当然区別して考えなければならない。

しかし誰しも月給の上るのを喜び、税金の安くなるのを喜ぶように、個人的に切実であるがゆえに、分配即ち人的分配といった考え方をするのは無理からぬことである。価値判断の導入、希望的見解といった一連の誤謬はまずここから出発する。

他方、当然のことながら、機能的分配の分析は、経済システム全体の構造を分析することであり、経済システム全体の動きに個人の分配が左右される以上は、機能的分配の分析こそ人的分配の分析に優先すべきであって、経済理論の本領はまずこの領域に存在するということは、経済理論そのものの発展史をみれば明らかであろう。レオ

ン・ワルラスの一般均衡理論はまさに、この研究領域の地ならしをしたものと言えるであろう。「世界全体が幸福にならないうちは個人の幸福はあり得ない」という宮沢賢治の言葉のように、経済全体の把握なくしては、個人の分配を考えることができないという方法論的志向が一般均衡理論において結実したとみることができる。

以上の論点は、分配の理論は何よりもまず機能的分配の理論であり、機能的分配の理論は、一般均衡理論と表裏一体であることを説明したのであるが、他方において、人的分配、或いは最終的分配にまで経済システム全体の構造がつながるプロセスが当然説明されなければならなった。この解明の最も明快なるものは、限界生産力説であって、いわゆる生産物の徹底的帰属 exhaustion of products にかんするウィクスティード＝ヴィクセルを中心とする理論である。[3] ここに分配理論の決定的な一つのパターンが確立されたといってもよいであろう。

しかるにこの限界生産力説の中核をなす理論は、完全競争の前提の上に立っている。或いは他の側面から言うならば、セイの法則を前提しているといってもよいであろう。

二十世紀の三十年代における経済理論の二つの重要な業績、すなわち独占的競争あるいは不完全競争の理論とケインズの雇用理論をあげるならば、分配理論の発展のプロセスの上に、当然来るべき理論が成熟したということが出来るであろう。

すなわちジョーン・ロビンソン、チェンバリン、トリッフィンなど[4]の独占的競争理論は、広く解して、完全競争の前提に対する挑戦であるといいうると共に、ケインズの『一般理論』そのものも一九五六年にカルドアが大阪市の大阪クラブでの講演[5]で説明したように、もともと分配理論の著作を計画中のケインズが、いわゆる大量失業現象をまのあたりにみて、その分配理論がおのずから雇用理論に変形したものであった。つまり、分配理論のセイ法則

を超克する試みであったといえるであろう。

ところで、前記の極めて透明な、当時流行した言葉ではいわゆる純粋経済学的な、限界生産力説の主要内容をなす生産物の徹底的帰属にかんする理論は、その前提たる完全競争の条件を撤去すれば、もろくも崩壊する。つまり、生産物はもはや各生産要素の間に、過不足なく徹底的に帰属しなくなるのである。

従ってその後の理論的発展は周知の通り、一方では完全競争、完全雇用の前提を撤去することに努力が集中された。すなわち、トリッフィンの独占的競争を含む均衡とかケインズの不完全雇用均衡といった理論の出現であり、また他方では、統計学・計量経済学の発展によって支持された実証的研究の盛行と、経済政策技術の飛躍的な進歩である。

このような流れの中にあって、最近再び分配理論が陽表的に学界の関心をよびつつあることは、或いは当然のことかもしれないが、甚だ意を強くするものがある。すなわちニコラス・カルドアの論文『分配理論の諸類型』[6] *Alternative Theories of Distribution* を前駆とするいわゆる巨視的分配理論の流行である。このことはさきのリカードの書翰に即していうならば、巨視的な或いは国民所得分析的なマルサス＝ケインズ的意図の導入であるといってもよいであろう。さらに最近の経済成長論の発展が、表裏一体となっていることも見逃せないところである。しかし分配理論が新しく見直されようとしていることは十分注目に値する。われわれもこのカルドア理論の発展を追求しながら、分配理論を再検討したいと思うが、ここに至るまでの理解を十分ならしめるために、若干の前史を語る必要がある。すなわち一つはカレツキーの独占度に関する業績[7]であり、もう一つはコブ・ダグラス型の生産関数についてである。カレツキーについてはすでに数篇の論文[8]を発表したので、本稿ではコブ・ダグラス型の生産関数に

ついて、とくに技術革新と分配率の変動について考察を進める。

(1) David Ricardo, *Works* (Sraffa edition), Vol. I, p. 5.

(2) David Ricardo, *ibid.*, Vol. VIII, pp. 278–9.

(3) 代表的文献として次のものをあげたい。George Stigler, *Production and Distribution Theories*, 1941.

(4) Robert Triffin, *Monopolistic Competition and General Equilibrium Theory*, 1940. この理論のその後の発展は東大大学院の根岸隆氏の次の論文参照。

Takashi Negishi, Monopolistic Competition and General Equilibrium, *Review of Economic Studies*, Vol. XXVIII, No. 3, 1961, pp. 196–201.

(5) この学派の成立を言った同趣旨のことは次の論文にも述べられている。Nicholas Kaldor, Alternative Theories of Distribution, *Review of Economic Studies*, Vol XXIII (2), 1955–56, pp. 83–100, reprinted in his *Essays on Value and Distribution*, 1960, pp. 209–236.

(6) Nicholas Kaldor, *ibid.*

(7) Michael Kalecki, The Distribution of the National Income, *Econometrica*, April, 1938; Theory of Economic Dynamics, 1954. （宮崎義一・伊東光晴訳『経済変動の理論』新評論版昭和三十三年は名訳であり、「訳者註」、「数学註」、「訳者あとがき」は行届いていて全く良心的な訳業である）

(8) 島津亮二『カレツキーの独占度と分配機構』（「経済論叢」第六十四巻第四・五・六号昭和二十四年）『カレツキーにおける独占度概念の発展』（「経済論叢」第七十三巻第六号昭和二十九年）『賃金の価格分析と所得分析』（「経済論叢」第八十一巻第六号昭和三十三年）Ryoji Shimazu, The Degree of Monopoly and the Relative Share of Labor, *The Kyoto University Economic Review*, Oct., 1961.

二

今世紀における分配理論の発展をあとづけるならば、一つは限界生産力説を中核とする新古典学派的な流れと、もう一つはケインズ的な巨視的な分配理論の流れとに大別できると思う。そうしてこれらの双方にまたがる特異な理論として、さらに言ならば、巨視的でもあり微視的でもあり、かつまた理論的でもあり実証的でもある特異な理論として、多くの人々の注目をあつめたカレツキーを中心とする独占度による分配理論がある。すなわち労働者階級の所得が国民所得の中に占める割合（分配率）の相対的な安定性が、どのような根拠によって、ささえられているかを明らかにしようとする試みがある。

この所得の機能的分配の安定性について比較的早く関心を示したのは、ほかならぬケインズであり、それに答える分析的試みとしてカレッキーの独占度概念を中心とした研究があらわれたことはすでによく知られている。[1] このカレツキーの分析については、私自身すでにかなり立入った紹介と批判を加えておいたから、いまここでそれを繰返す必要はないと思うが、ただ本稿において取扱おうとするいま一つの試みの性格を対比的に明らかにするために、まず簡単にカレツキーによる分析の基本的な前提について要約しておくことが便利であると思う。[2]

すなわちカレツキーの理論は、独占的競争の支配する社会における企業者の行動を基礎にして構成されているが、さしあたりこの点は二つの側面にわけてみることが出来る。第一は、独占的競争の想定から当然のことではあるが、価格が限界費用に等しいという完全競争のもとで広く認められている、いわゆる完全競争下の利潤極大条件の放棄であり、第二の点は、さらに進んで限界原理一般の放棄である。第一の点と第二の点とは相互に関連はしているけ

れども、しかし同じことではない。第二の点の具体的なあらわれは、すなわちフル・コスト原理の採用である。言うまでもないことではあるが、そこで考えられている企業者は、費用に一定の見込利益率にもとづくマーク・アップを加えたものとして供給価格を決定するという行動様式をとる。これが彼の独占度概念の基礎となり、その上に彼の分配理論全体が打立てられている。

ところで、いま本稿において問題にしようとするもう一つの分析方法は、完全競争を前提し、限界原理の上に立っているという点でカレッキーの理論とは著しい対照をなしている。

さらにもう一つ、カレッキーの分析の特徴は、労働の分配率の長期的安定性をささえた理由として、要するに、独占度と賃金費用以外の直接費(カレッキーのいう原料費)との相殺的ないし競合的作用によって、労働の分配率に影響をおよぼすことが強調されているが、長期間にわたる賃金費用以外の直接費(カレッキーの原料費)の変動は当然、技術的進歩の影響とみることができるから、カレッキー理論では、労働の分配率を長期にわたって規定する要因として、独占度と技術的進歩とを容認していると言いうるが、これに反して、これから問題にしようとするダグラス型の生産関数は、もっぱら技術的な理由からのみ、所得の機能的な分配の安定性を説明するという点で全く対照的である。

(1) J. M. Keynes, Relative Movements of Real Wages and Output, *Economic Journal*, March, 1933, p. 49.

(2) Ryoji Shimazu, *ibid.*, pp. 45-51.

三

カレツキの分配理論に対比されるいま一つの分配理論は、ダグラス型の生産関数に基礎をおいている。ダグラス型の生産関数そのものについては、すでによく知られているから、ここで細かい説明をする必要はないと思うが、最近になって更めてダグラス型の生産関数に対する関心が増加してきた事情については、一言しておく必要があると思う。それはこうである。レオンチェフによって創案された産業連関分析は、最近とくに発達したリニヤー・プログラミングの技術と結合されて、著しくその応用範囲が拡げられたが、そこで仮定されている投入産出係数の固定性、換言すれば、産業の連関関係を示す函数の一次性（linearity）に関して、多くの議論が発生している。これらの論争の初期の段階では、理論的にはこの係数の固定性ないし関数の一次性については大いに疑問があるが、分析の第一次接近としては、まずその程度でもやむをえないとか、理論的基礎はともかく、経験的・統計的にはほぼ実証されるから、この仮定は容認されるという見方が支配的であった。

しかし最近では、この係数の固定性の仮定の意味を論証的に明らかにしようとする試みが、むしろ積極的に行われるようになってきた。その代表的な試みは、アクティヴィティ・アナリシスの観点から、クープマンス[1)]、サミュエルソン[2)]およびアロウ[3)]によって行われた。これらの論文は、固定係数を仮定しても代用の可能性が物理的には可能であることを否定するわけではないが、経済的には事実上、代用のおこらぬ形としてあらわれざるを得なかった、という点を強調している。

この方向の研究と並んで、広く注目されたクライン[4)]の研究は、産業連関表にあらわれる各部門に一種のダグラス

型の生産関数を想定し、限界生産力説が妥当すると考えれば、投入・産出係数の固定性が当然に導かれるという見方である。ダグラス型の生産関数そのものが代用の可能性を排除せぬことは言うまでもない。クラインの分析は、きわめて明快にこの問題の背後にある経済システムの性格を陽表的に明示したものとして、注目に値する業績である。またこのクラインの研究を契機として、ダグラス型生産関数についての再検討がおこなわれる機運が生れてきたのも事実である。とくにダグラス型生産関数についての関心が高まってきたのは、これを利用して技術的進歩の経済的効果の分析をおこなおうとする研究があらわれてきたところにある。本稿においては、この最近の傾向を念頭におきながら、それの分配理論にかんする含意を明らかにしようと思う。ただそういう点からみれば、ダグラス型の生産関数をダグラスみずからが打出した時の形ではなく、むしろソロー[5]によって変形された形、すなわち技術的進歩をある特定の仮定のもとに含むようにして取扱うのが便利であろう。そうすることによって、いわば所得分配の長期趨勢的な問題を取扱うのに適した形になりうるからである。

(1) Tjalling Koopmans, Alternative Proof of the Substitution Theorem for Leontief Models in the Case of Three Industries, in *Activity Analysis of Production and Allocation*, ecited by. T. C. Koopmans, 1951, pp. 147–154.

(2) Paul Samuelson, Abstract of a Theorem Concerning Substitutionality in Open Leontief Models, in *Activity Analysis of Production and Allocation*, edited by T. C. Koopmans, 1951, pp. 142–146.

(3) Kenneth Arrow, Alternative Proof of the Substitution Theorem for Leontief Models in the General Case, in *Activity Analysis of Production and Allocation*, edited by T. C. Koopmans, 1951, pp. 155–164.

(4) Lawrence Klein, On the Interpretation of Professor Leontief's System, *Review of Economic Studies*, Vol. XX(2), No. 52, 1952–53, pp. 131–136. これらのレオンチエフ体系における代替定理ないし代替可能性については、森嶋通夫『産業連関論入門』創文社昭和三十一年第三章に明快なる解説がみられる。なお R. Dorfman, P. Samuelson, and R. M. Solow,

Linear Programming and Economic Analysis, 1958, pp. 248-252.（安井琢磨・福岡正夫・渡部経彦・小山昭雄訳『線型計画と経済分析』Ⅱ岩波書店一九五九年・三二一―三二五頁）には同じく簡明なる解説がみられる。なおこの問題全体の概観を得るには、鎌倉昇『経済成長と計画編成』（京都大学総合経済研究所研究叢書一〇）有斐閣昭和三十三年第五章が有益である。なおこれについては後述する。

(5) Robert M. Solow, Technical Change and the Aggregate Production Function, *Review of Economics and Statistics*, No. 39, August, 1957, pp. 312-320.

四

コブ・ダグラス型の生産関数は、通常

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{a}\boldsymbol{K}^{\beta}\boldsymbol{L}^{1-\beta} \qquad (1)$$

の形で示される。ここで$\boldsymbol{Y}$は生産量、$\boldsymbol{K}$は資本量、$\boldsymbol{L}$は雇用労働量である。$\boldsymbol{a}$および$\boldsymbol{\beta}$はそれぞれパラメーターである。この$\boldsymbol{\beta}$の経済学的意味づけについては、すでによく知られているが、この点は後に言及する。（第七節参照）

さて最近このコブ・ダグラス型の生産関数に成長の要因を導入しようとする試みがなされている。その一つとして、もっとも簡明な試みは、

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{e}^{at}\boldsymbol{K}^{\beta}\boldsymbol{L}^{1-\beta} \qquad (2)$$

の形を採用しようとするものである。言うまでもなく$\boldsymbol{e}$は自然対数の底であり、この部分は、コブ・ダグラス型生産関数が時間の経過とともにシフトすることを示している。あるいは他の表現を用いて、

$$\boldsymbol{e}^{at} \qquad (3)$$

は過去の一定時点より時点tに至る間の技術的進歩の累積を示す指標とみてもよい。いずれにしても、(3)は、時間の経過とともに連続的に変化するということと、(3)がかりに技術的進歩を示すとみた場合、それが技術の中立的な進歩を示すものであるということとに特徴がみられる。

技術的進歩という言葉を使ったが、これには若干の註釈がいると思う。ここで技術的進歩というのは、(1)ないし(2)において、**K**もしくは**L**の変化以外の原因によって起る**Y**の変化の総称である。計量経済学において、しばしば**t**を独立変数として扱い、これを時間要素ということがあるが、それと全く同じ性質のものである。さて前記で一言しておいたように、技術的進歩が中立的であるということは、技術の進歩の結果、**K**と**L**との限界代替率が影響をこうむらないということである。(2)において**K**の**L**に対する限界代替率は

$$\frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{\partial Y}{\partial L}}=\frac{e^{\alpha t}\beta K^{\beta-1}L^{1-\beta}}{e^{\alpha t}K^{\beta}(1-\beta)L^{1-\beta-1}}=\frac{\beta}{1-\beta}\,\frac{L}{K} \qquad (4)$$

となり、(3)すなわち技術の進歩を示す部分によって影響されないことは明らかである。誤解を避けるために言っておきたいことがある。それは、現実の技術的進歩が中立的であると主張するのがここでの狙いではなく、(2)式のような形で生産関数に時間要素を導入すると、それは技術的進歩の中立性を仮定したということになるという点である。

五

投資が経済成長にたいしてどのような効果をもつかは、すでに多くの人々によって論じられてきた。概していえ

ば、投資率の高いほど経済成長率は高い。問題はどの程度に投資率が成長率に影響するかにある。いま一つの試みとして、コブ・ダグラス型の生産関数を出発点としてこの点を見てみよう。(1)を出発点とみても、(2)を出発点とみても、全く同じ結果がえられる。ここでは便宜上、(2)を出発点とする。

(2)を対数で示すと、

$$\log \boldsymbol{Y}=\alpha \boldsymbol{t}+\beta\log \boldsymbol{K}+(1-\beta)\log \boldsymbol{L} \tag{5}$$

となる。これから次のような関係が導出される。

$$\log \boldsymbol{Y}-\log \boldsymbol{L}=\alpha \boldsymbol{t}+\beta\log \boldsymbol{K}-\beta\log \boldsymbol{L}$$

$$\therefore\ \log\left(\frac{\boldsymbol{Y}}{\boldsymbol{L}}\right)=\alpha \boldsymbol{t}+\beta\log\left(\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}}\right)$$

ここで記号の単純化をはかるために、

$$\boldsymbol{y}=\frac{\boldsymbol{Y}}{\boldsymbol{L}},\quad \boldsymbol{k}=\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{L}}$$

とすると、

$$\log \boldsymbol{y}=\alpha \boldsymbol{t}+\beta\log \boldsymbol{k} \tag{6}$$

となる。いまこの(6)を$\boldsymbol{t}$で微分すると、

$$\frac{d\log \boldsymbol{y}}{d\boldsymbol{y}}\frac{d\boldsymbol{y}}{d\boldsymbol{t}}=\alpha+\beta\frac{d\log \boldsymbol{k}}{d\boldsymbol{k}}\frac{d\boldsymbol{k}}{d\boldsymbol{t}}$$

$$\therefore\ \frac{\dot{\boldsymbol{y}}}{\boldsymbol{y}}=\alpha+\beta\frac{\dot{\boldsymbol{k}}}{\boldsymbol{k}} \tag{7}$$

が得られる。(2)と(7)より明らかであるように、資本の増加率（労働者一人あたり）が生産量の増加率（労働者一人あたり）に与える影響は、コブ・ダグラス型生産関数のKの指数βによって測定しうることがわかった。全く同じことは、通常のコブ・ダグラス型生産関数(1)についても言える。唯一つの相違は、(7)においてαがゼロとなることである。すなわち

$$\frac{\dot{y}}{y}=\beta\frac{\dot{k}}{k} \tag{8}$$

さて(7)においては、産出量も資本量も労働量を単位として測られている。通常の経済成長モデルでは、産出量・資本量を労働量で割ることは稀である。したがってここで、(7)と

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=\overset{*}{\alpha}+\overset{*}{\beta}\frac{\dot{K}}{K} \tag{9}$$

のような形の式とを比較し、両者の係数の間に存在を明らかにしておくのが便利である。問題を解くかぎは、

$$\frac{\dot{Y}}{Y},\quad \frac{\dot{K}}{K} \tag{10}$$

$$\frac{\dot{y}}{y},\quad \frac{\dot{k}}{k} \tag{11}$$

の二組の成長率の間の関係を見出す点にある。便宜上、連続の場合でなく、非連続の場合を考えてみる。定義により、

$$y=\frac{Y}{L}$$

である。したがって、

$$Y=yL$$

$$\therefore \quad Y+\Delta Y=(y+\Delta y)(L+\Delta L)=yL+y\Delta L+L\Delta y+\Delta y\Delta L$$

ここで、$\Delta y\Delta L$ を高次の無限小として無視するならば、

$$\Delta Y=y\Delta L+L\Delta y$$

$Y=yL$ であるから、この左辺を Y、右辺を yL でそれぞれ割ると、

$$\frac{\Delta Y}{Y}=\frac{\Delta L}{L}+\frac{\Delta y}{y} \tag{12}$$

の関係が得られる。同様の操作によって、

$$\frac{\Delta K}{K}=\frac{\Delta L}{L}+\frac{\Delta k}{k} \tag{13}$$

が得られることは言うまでもない。したがって(7)と(12)とから、近似的には

$$\left(\frac{\dot{Y}}{Y}-\frac{\dot{L}}{L}\right)=\alpha+\beta\left(\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{L}}{L}\right) \tag{14}$$

が得られる。すなわち(7)のかわりに、この(14)を使うことができるということである。さて $\frac{\dot{L}}{L}$ は短期的には激しい変動を示すが、ある程度、長期をとってみれば、かなりの安定性を示している。いまその値が λ であるとしよう。

$$\left(\frac{\dot{Y}}{Y}-\lambda\right)=\alpha+\beta\left(\frac{\dot{K}}{K}-\lambda\right)$$

$$\therefore \quad \frac{\dot{Y}}{Y}=\alpha-\lambda(1-\beta)+\beta\frac{\dot{K}}{K}$$

いまもし

$$\alpha-\lambda(1-\beta)=\overset{*}{\alpha}$$

とおけば、この関係式は

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=\overset{*}{\alpha}+\beta\frac{\dot{K}}{K} \tag{15}$$

要するに、もしλを常数と見做しうるならば、資本の増加率の、産出量の増加率におよぼす限界効果も、(2)におけるコブ・ダグラス型生産関数のKの指数βで近似的に測りうることがわかったわけである。

六

通常、資本形成ないし投資が経済成長率にあたえる影響を分析する際には、独立変数として資本の増加率$\left(\frac{\dot{K}}{K}\right)$よりも、いわゆる資本形成率$\left(\frac{\dot{K}}{Y}\right)$の方がよく使われる。たとえば、

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=a+b\frac{\dot{K}}{Y} \tag{16}$$

のような形である。そこで次にとりあげる問題は、(14)におけるβと(16)のbの関係についてである。言うまでもなく、

$$\frac{\dot{K}}{Y}=\frac{\dot{K}}{K}\frac{K}{Y} \tag{17}$$

であるから、これを(16)に代入すると、

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=a+b\frac{\dot{K}}{K}\frac{K}{Y} \tag{18}$$

の関係が得られる。この(18)を(15)と比較すると、容易に

$$a=\alpha^{*}$$

$$b=\beta\frac{Y}{K} \qquad (19)$$

の関係が求められる。ここで$\dfrac{Y}{K}$は平均資本係数の逆数である。限界資本係数はかならずしも安定的とは言えないが、平均資本係数が長期にわたってかなり安定的であることは認められている。したがって(2)により、もしβの値がわかれば、(19)において平均資本係数の推定値をつかめば、bの値は容易に推定しうるわけである。国によって値は異るが、概していえば、$\dfrac{Y}{K}$はほぼ三分の一とみられており、βは三分の一ないし、四分の一である。

コブ・ダグラス型生産関数におけるβが資本に対する分配率、また$(1-\beta)$が労働に対する分配率を示すことはよく知られている。このことは成長要因を導入した(2)においても妥当する。いま簡単にそれを説明しよう。すでによく知られているように、この点の論証には限界生産力説が援用される。まず(2)について、資本および労働の限界生産力を計算すると、次のようになる。

$$\frac{\partial Y}{\partial K}=e^{\alpha' t}\beta K^{\beta-1}L^{1-\beta}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L}=e^{\alpha' t}K^{\beta}(1-\beta)L^{1-\beta-1}$$

限界生産力説の基本的命題は、これらの限界生産力の値がそれぞれ資本および労働に対する実質報酬率に等しいとみる点にある（一次の同次関数の場合のオイラーの定理による exhaustion of products の原理)。

いま資本に対する報酬率をr、労働に対する報酬率（賃金率）をw、生産物の価格水準をpであらわすと、

$$e^{\alpha t}\beta K^{\beta-1}L^{1-\beta}=\frac{r}{p} \tag{20}$$

$$e^{\alpha t}K^{\beta}(1-\beta)L^{\beta}=\frac{w}{p} \tag{21}$$

となる。ところで資本ならびに労働に対する分配率はそれぞれ

$$\frac{rK}{pY},\ \frac{wL}{pY}$$

で定義される。まず資本の分配率を計算すると次のようになる。すなわち(20)より、

$$\frac{rK}{pY}=\frac{e^{\alpha t}\beta K^{\beta}L^{1-\beta}}{Y}=\frac{e^{\alpha t}\beta K^{\beta}L^{1-\beta}}{e^{\alpha t}K^{\beta}L^{1-\beta}}=\beta$$

全く同様に(21)より、労働の分配率を計算すると、

$$\frac{wL}{pY}=1-\beta$$

が得られる。要するに、限界生産力説の前提を認めるならば、β および $(1-\beta)$ がそれぞれ資本および労働の分配率を示すことは明らかである。なおこのことは、コブ・ダグラス型生産関数が(1)の形のときにも、(2)の形のときにも妥当する。さらに成長要因が技術進歩の中立性を犯さないかぎり、他の形のコブ・ダグラス型生産関数についても妥当する。すなわち、

$$Y=A(t)K^{\beta}L^{1-\beta}$$

の形の生産関数には一般に妥当するわけである。

なお(1)および(2)において、$\boldsymbol{K}$の指数βと$\boldsymbol{L}$の指数$(1-\beta)$の和は1になる。この場合、コブ・ダグラス型生産関数が一次の同次関数になることは言うまでもない。またこの場合に、産出量が生産諸要素間（いまの場合は$\boldsymbol{K}$と$\boldsymbol{L}$との間）に過不足なく配分しつくされる。このことはコブ・ダグラス型の場合にかぎらない。さきに一寸指摘したように、一般に生産関数において、一次の同次性の公準がみたされれば、過不足なく産出量の分配がおこなわれることになるからである。

七

これまでの分析によって、コブ・ダグラス型の生産関数を仮定し、限界生産力説が妥当するものとすれば、かりに技術的進歩を導入しても、それが中立的な技術的進歩にとどまるかぎり、所得の機能的分配の長期的な安定性が導出されることは明らかになったと思う。本筋の議論からいえば、いささか脇道にそれるが、ここでクラインによる産業連関係数の固定性に関する論証がどういうものであるかを簡単に要約しておこう。[1] クラインは生産関数が

$$\left.\begin{aligned} &X_i = X_1^{a_{i1}} X_2^{a_{i2}} \cdots\cdots X_n^{a_{in}} \\ &a_{i1} + a_{i2} + \cdots\cdots + a_{in} = 1 \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

の形をとっていると仮定する。ここにn種の生産物（生産要素）の数量をX_1、X_2、……X_nで示し、X_iを産出するためのX_1、X_2、……X_nの投入係数（指数）または投入産出係数（指数）をそれぞれa_{i1}、a_{i2}、……a_{in}とすると、この形はコブ・ダグラス型の生産関数であることはいうまでもないが、それをこのような形で示すのは、さきの所得分配の場合と異り、アグリゲートの分析ではなく、産業と産業との関連を問題にする性質上、こういう形のものにした

のである。

さて、ここでもまた限界生産力説が妥当しているものと考えよう。この場合には、限界生産力均等の法則により、

$$\frac{\partial X_i}{\partial X_j}=\frac{p_j}{p_i}$$

がなりたつことになるから、（ここでp_i、p_jはそれぞれi財およびj財の価格である）(22)のダグラス型生産関数より、次の関係が導き出される。

$$\frac{\partial X_i}{\partial X_1}=a_{i1}X_1^{a_{i1}-1}X_2^{a_{i2}}\cdots\cdots X_n^{a_{in}}=\frac{p_1}{p_i}$$

$$\frac{p_1X_1}{p_iX_i}=\frac{a_{i1}X_1^{a_{i1}}X_2^{a_{i2}}\cdots\cdots X_n^{a_{in}}}{X_i}$$

ここにおいて(22)より、この右辺はa_{i1}となるから

$$\therefore\quad \frac{p_1X_1}{p_iX_i}=a_{i1}$$

となる。いまX_iをi財の生産量、X_1を雇用労働量と考え、p_i、p_1をそれぞれの価格（賃金率）と考えるならば、この産出高総額に占める賃金総額の割合（労働の分配率）は投入係数（指数）のa_{i1}に等しくなり、クラインによれば、このa_{i1}は技術的に一定とみなされているから、これを認めるかぎり、ここでも分配率が一定であるということが、いわば技術的に容認されることになる。ただし、このことは、コブ・ダグラス型の一次の同次関数を仮定し、且つ限界生産力説が妥当するものとしての議論であって、クラインのような生産関数を仮定すること、および限界生産

力説が妥当するかどうかということは、おのずから別の問題になる。

(1) Lawrence R. Klein, *ibid.* なお以下の説明は前掲の鎌倉昇『経済成長と計画編成』第五章に負うところが多い。さらに前掲の森嶋通夫『産業連関論入門』一三六頁以下参照。ここで森嶋助教授はクラインの代替定理の特色として、各産業が複数種類の生産物を産出すること、および物量的でなく価値的産業連関システムにおける代替定理であると指摘している。

八

カレツキーの分析といまここに説明したダグラス型の生産関数をもって扱った分析との共通の特徴は、いずれもそれによって、所得の機能的分配率の安定性を証明しようとする点にあった。しかしこれらの両者の間に重要な相違のあることも否定できない。カレツキーの分析においては、論理的にはかならずしも分配率の一定が導かれるわけではないが、ただ彼の想定する分配過程のメカニズムを通じて、いわば偶然の事情によって、独占度と原材料費率との趨勢的な動きが、たまたま相互に相殺し合って、分配率の一定という結果になるわけである。

これに対してダグラス型の生産関数を基礎におく分析では、いわば論理的に、分配率は常にかならず一定の値をとることになる。これはダグラス型の生産関数が一次の同次性をもっていることが主たる原因であり、技術的進歩をとりいれた場合にも、この一次の同次性がくずれぬ形で導入されていた点を見逃してはならない。ここで当然一つの疑問がおこってくる。すなわち、技術の進歩がつねに必ず中立的な型で起ってくるであろうかということである。世上一般に、技術の進歩はしばしば生産関数そのものの形を変えるようなあらわれかたをする。すなわち技術の進歩が資本節約的であるか、或いは労働節約的である場合が圧倒的に多いことからも、技術的進歩の中立性については、かなりの疑問がもたれるのは当然であろう。

このような疑問が否定しえないとすると、それはダグラス型の生産関数を基礎にした分析そのものの価値を否定することになるであろうか。答は否である。少くともこの型の分析によって、分配率が一定であるような場合の一種の極限状態が論理的に明らかにされた点は一つのメリットとみることが出来るであろう。

現実には必ずしも常に分配率は一定とはかぎらない。カレッキー[1]が指摘する英米における分配率の統計的安定性についても、こまかく検討すると常に不変不動であったとはかぎらないし、今後永久に変化をともなわないと見る根拠はない。[2] もし分配率に変化がおこるとすれば、それはどういう条件によってであるか。ここで説明した分析はそのような考察に対して手懸りを与えるものになると思う。労働節約的な型の技術進歩が推進されたときに、どういう事態が起るか。つぎに労働の生産性の向上と実質賃金率との関連について考察することにしよう。[3]

(1) Michael Kalecki, *Essays in the Theory of Economic Fluctuations*, 1939, pp. 15–17; *Theory of Economic Dynamics*, 1954, pp. 32-41.（前掲邦訳書三〇—四一頁）

(2) この点についての最近のすぐれた業績として次の二つをあげたい。
Robert M. Solow, Some Note on the Constancy of Relative Shares, *American Economic Review*, Sept., 1958; Melvin W. Reder, Alternative Theories of Labor's Share, in M. Abramovitz, et al., *The Allocation of Economic Resources*, 1959, pp. 180–206.

(3) 島津亮二『労働の生産性と実質賃金率』（『経済論叢』昭和三十八年六月号予定）

〔附記〕本稿を草するに当って、鎌倉昇助教授より貴重なる助言を頂いた。記して深甚の謝意を表する。なお本稿は昭和三十七年度文部省科学研究費総合研究「産業連関分析の理論と応用」に関する成果の一部である。